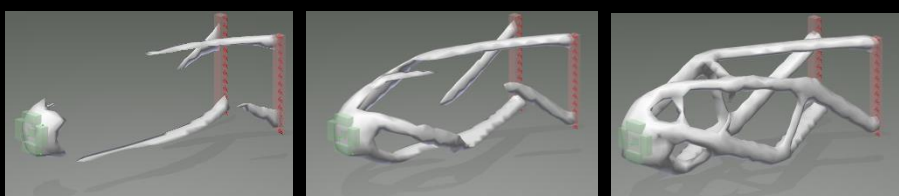
理工学図書館
前期LS講習会

人の発想を
超えたデザイン



合理的なデザインを生み出す

トポロジー最適化 をアプリで体験しよう！

日時　：2017 / 6 / 28 (Wed) 16:30-17:00 (予約不要)
場所　：理工学図書館東館1F ラーニング・コモンズ
持ち物：PCまたはタブレット (貸出しもあります)

担当LS：丸山 峻 (機械工学専攻) 問い合わせ先：理工学図書館 利用支援担当 (sl-desk@library.osaka-u.ac.jp)

軽くて強い有機的デザイン

(Marco Hemmerling, “Generico Chair”)

[1]

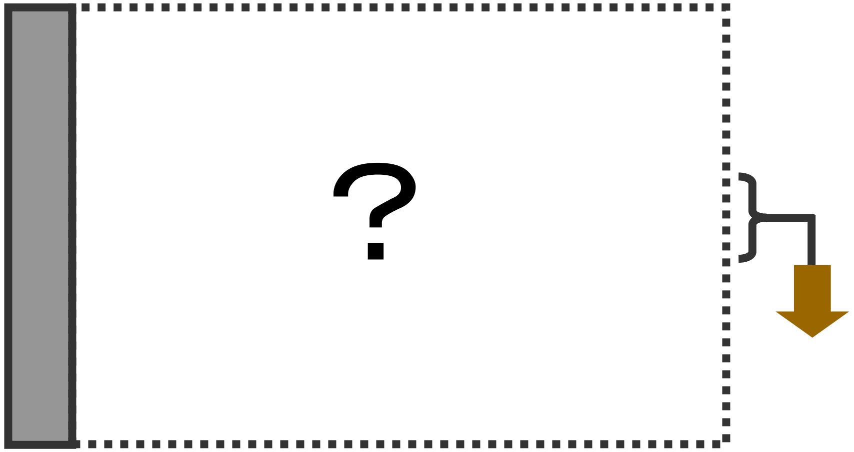
(APWorks, “Light Rider 3D-printed motorcycle”)

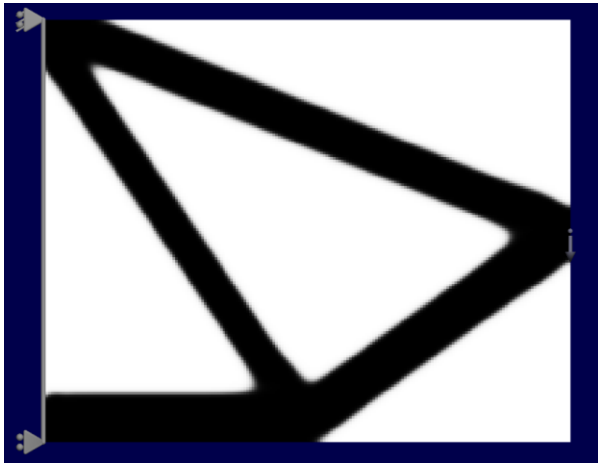
最適化理論にもとづいてデザインされた構造物
Q. 何かに似ていませんか？→鳥の骨

- 生物の構造…長い年月をかけて進化により最適化
- 工学設計でも最適なデザインが知りたい！

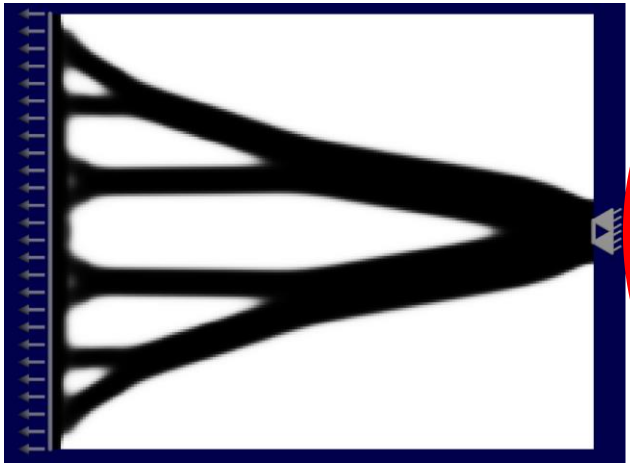
[1] Qatar Foundation, “Qatar National Convention Centre”

クイズ①　一番変形しにくい構造はどれ？

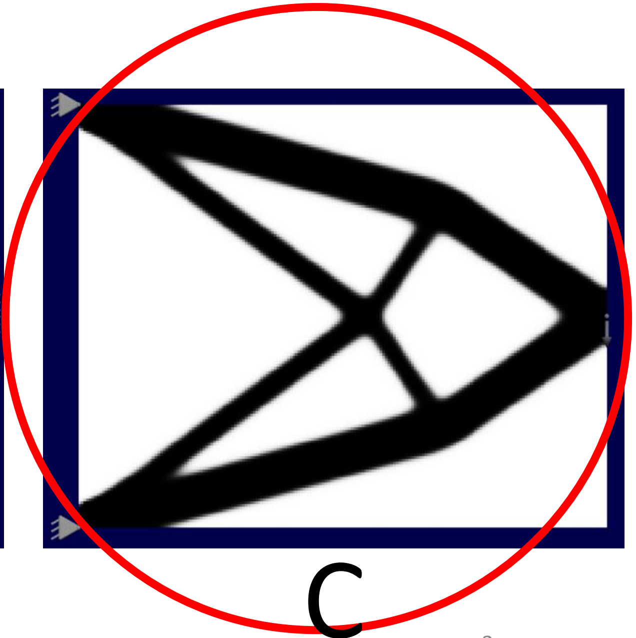




A

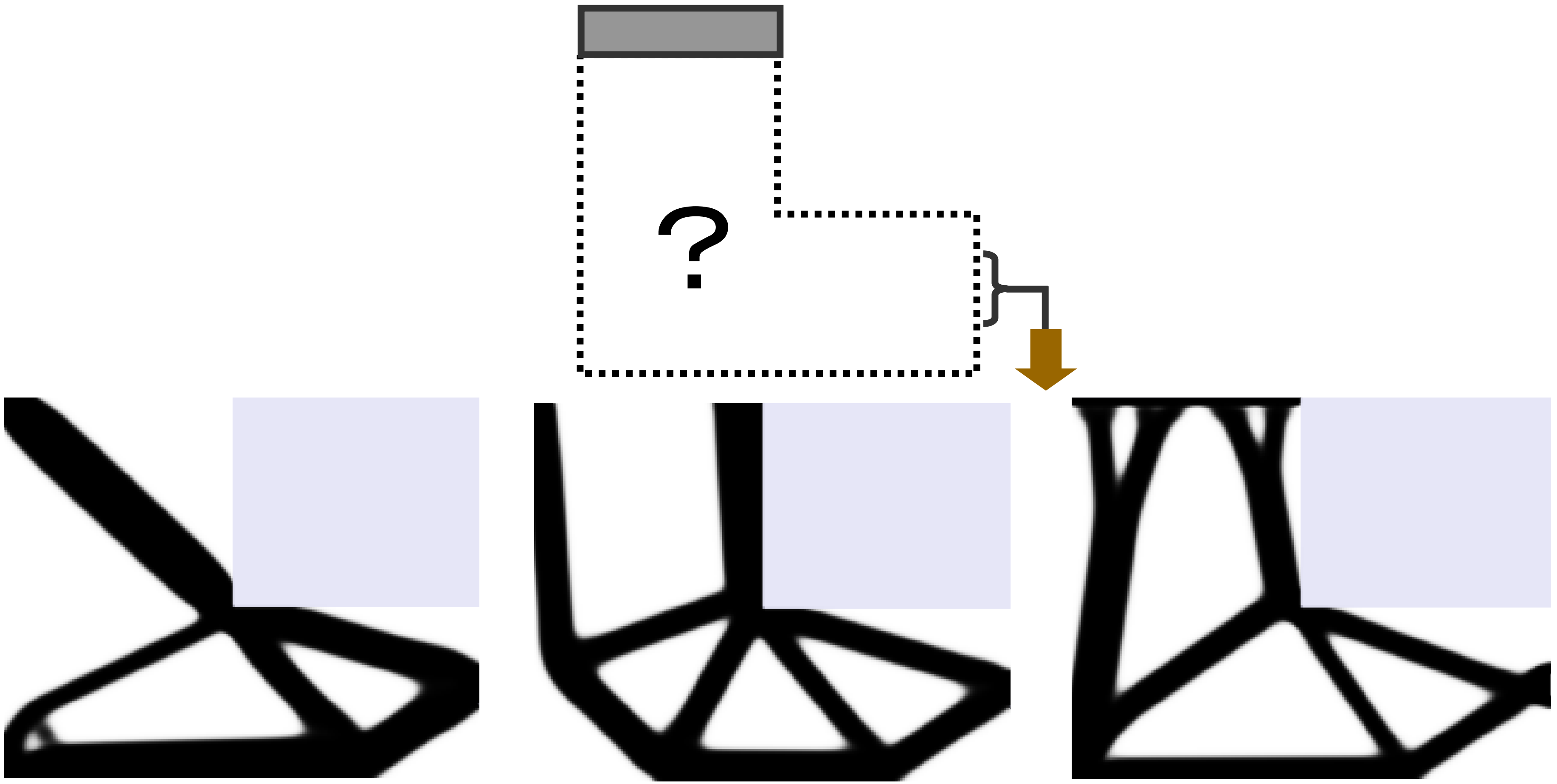


B



C

クイズ②　一番変形しにくい構造はどれ？



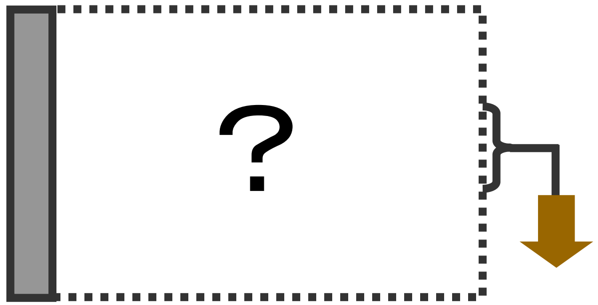
A　B　C

人間が最適な構造を発想するのはなかなか難しい。

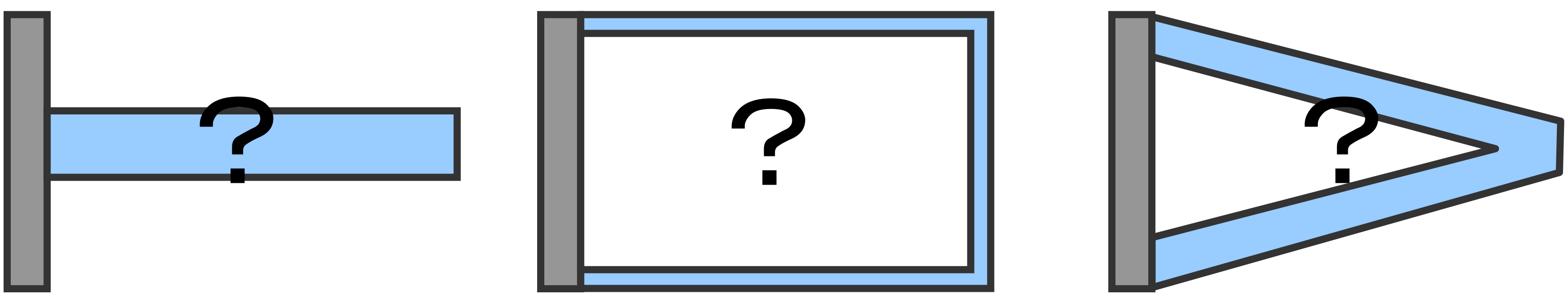
➡ 数学・コンピュータ援用による構造最適設計

構造最適設計とは

設計問題に対して



最適(最も優れている)な構造を

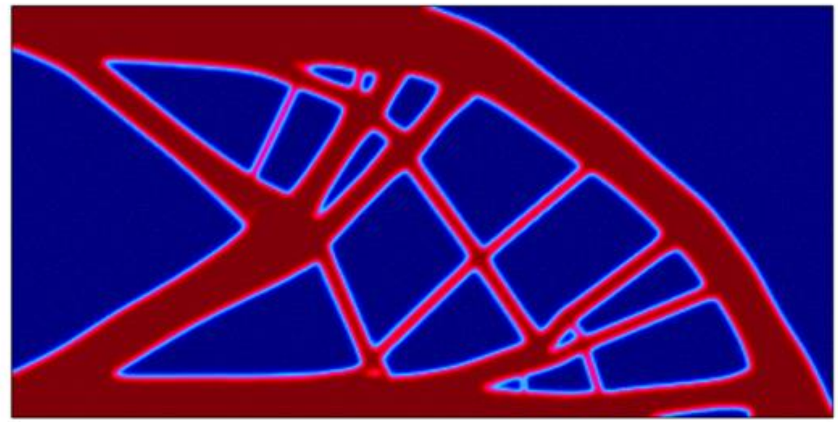


数学的・物理学的根拠に基づき求める(設計する)こと

トポロジー最適化・・・構造最適設計法の一つ

トポロジー最適化の例

(Arjan Klem, “Topology optimization”, Delft University of Technology website, September 15th (2008), https://arjanklem.weblog.tudelft.nl/2008/09/15/title-28/)



橋の設計

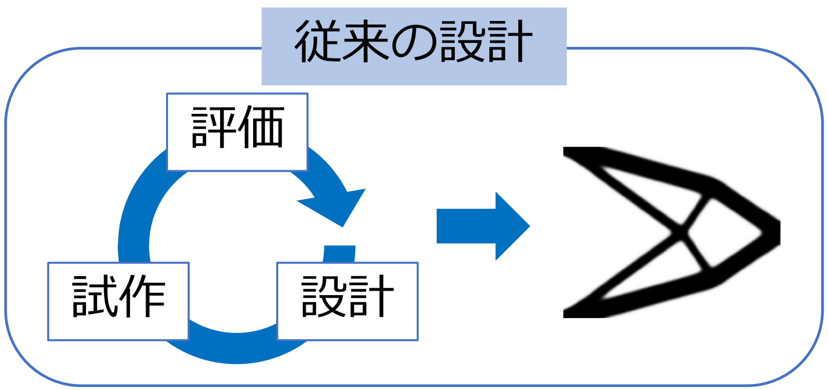
片持ち梁の設計

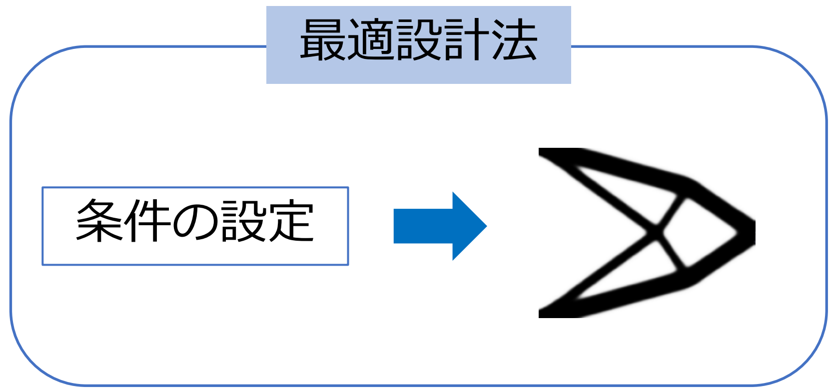
(その他トポロジー最適化によって設計された構造物 例えば[2][3])

[2] [3] ANSYS News Center, “ANSYS 18.1 Expands Pervasive Engineering Simulation”, May 16th (2017), http://www.ansys.com/en-IN/About-ANSYS/news-center/05-16-17-ANSYS-18-1-Expands-Pervasive-Engineering-Simulation

トポロジー最適化の有用性

- 人間が試行錯誤でデザイン変更するよりも効率的に最適形状を決めることができる





- 既存設計のマイナーチェンジだけでなく、抜本的な変更も可能

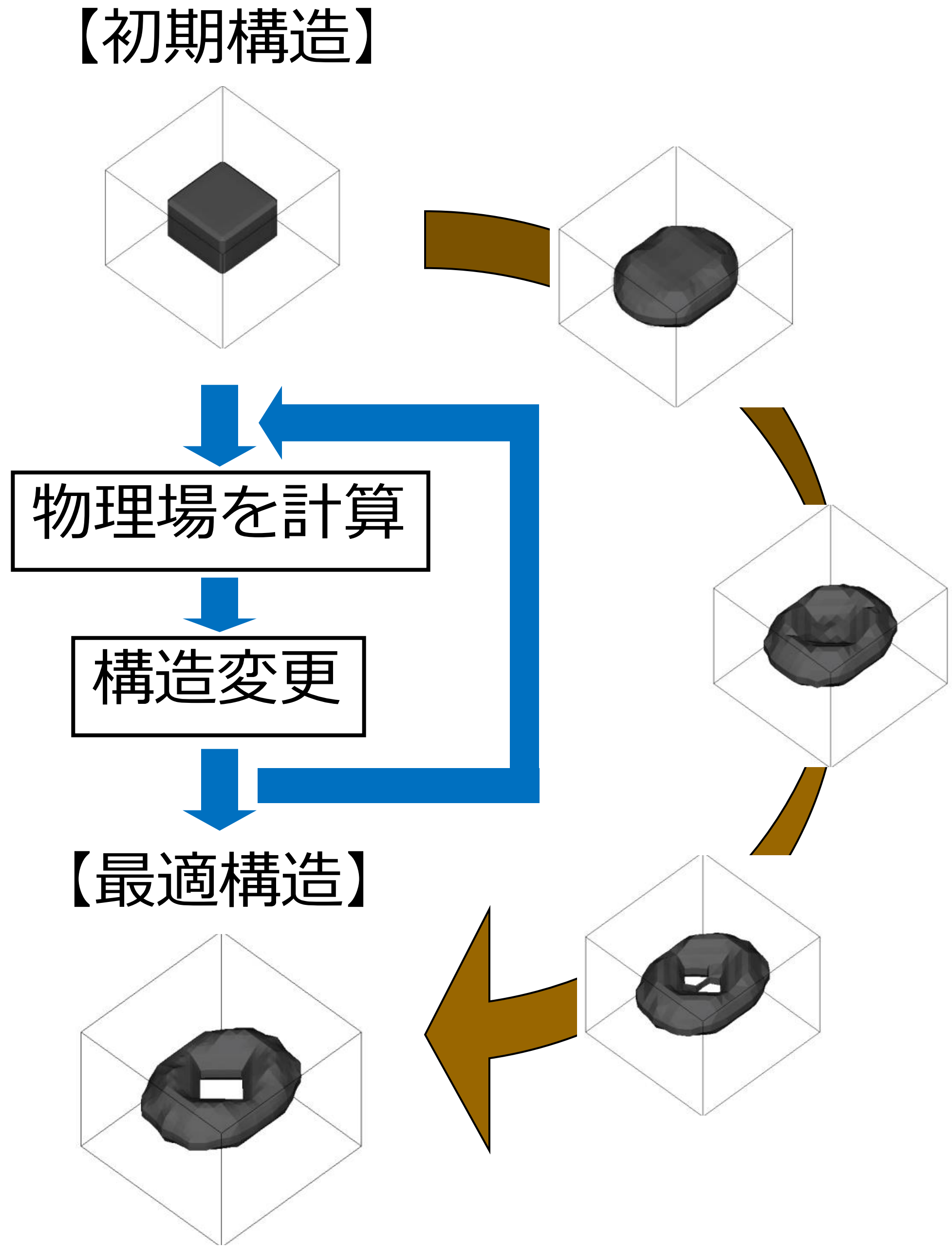
(3次元的に複雑な最適構造
例えば[4])

人の発想を
超えたデザイン！

[4] Frustum , “Introducing GENETRATE”, https://www.frustum.com/

構造最適設計の概念

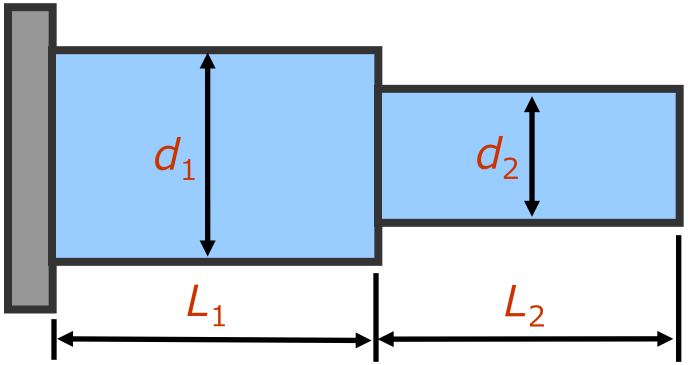
- 構造を表現する設計変数の導入
- 設計変数を繰り返し更新し改良していく



設計変数に基づく構造最適設計の分類

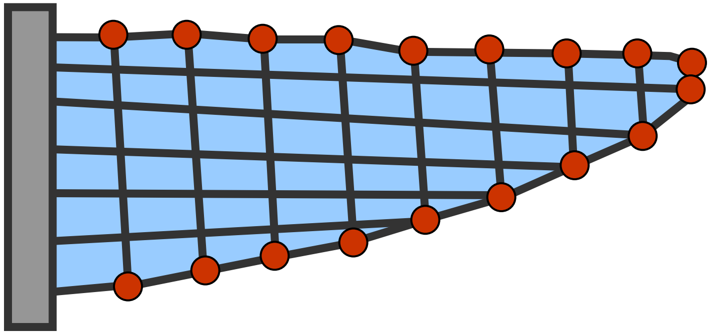
寸法最適化(1960～)

設計変数：構造物の長さ・厚み等



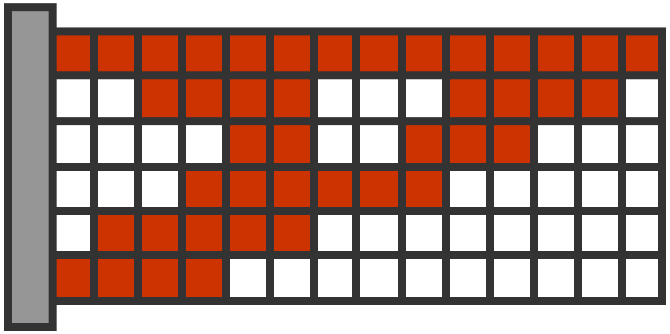
形状最適化(1970～)

設計変数：有限要素メッシュの
外周の節点座標



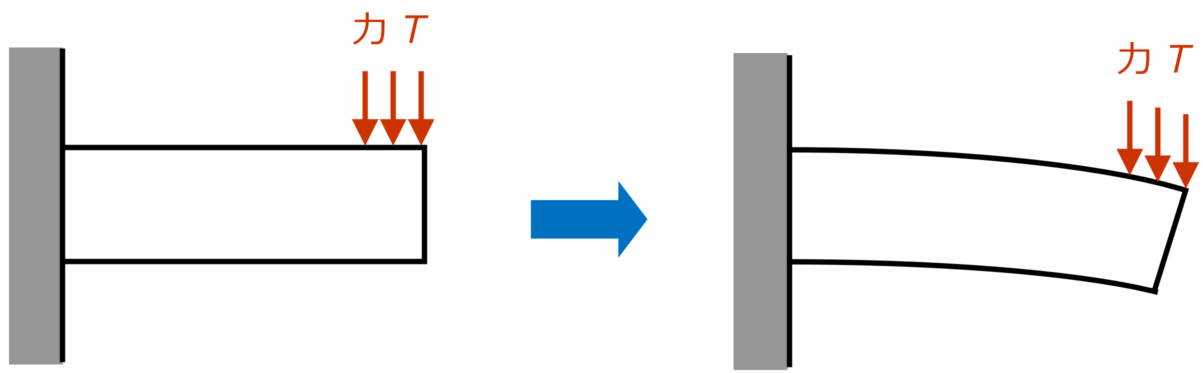
トポロジー最適化(1980～)

設計変数：材料の有無を表現する
特性関数



【補足】有限要素法(FEM)とは

場の関数を近似的に求める方法(の1つ)



片持ちはりに力をかける　　かけた力に応じてはりは変形する

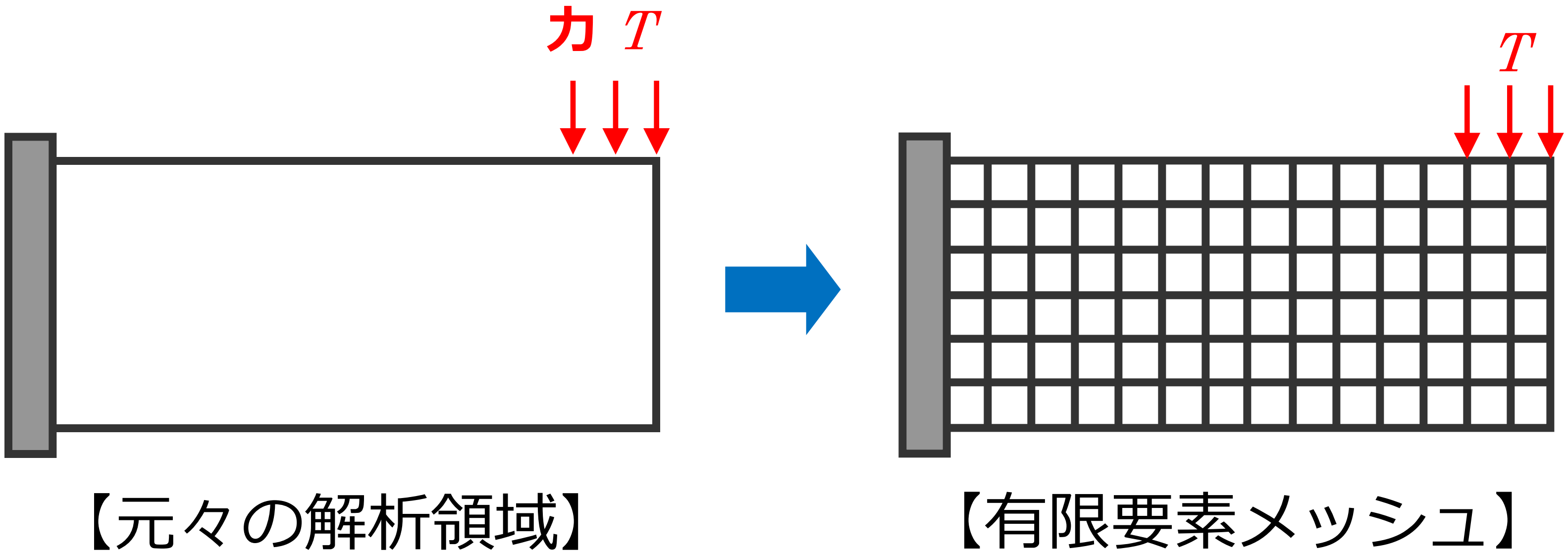
構造解析(応力解析)は変位場を求める解析である．
上の例の場合，片持ちはりに力を加えた時に，はりの各所がどの位変位する(曲がる)かを，数値計算によって求める．

【計算するべき場の関数は解析の種類毎に異なる】

構造解析(応力解析)：変位場
熱伝導解析　　　　：温度場
電磁場解析　　　　：電位場

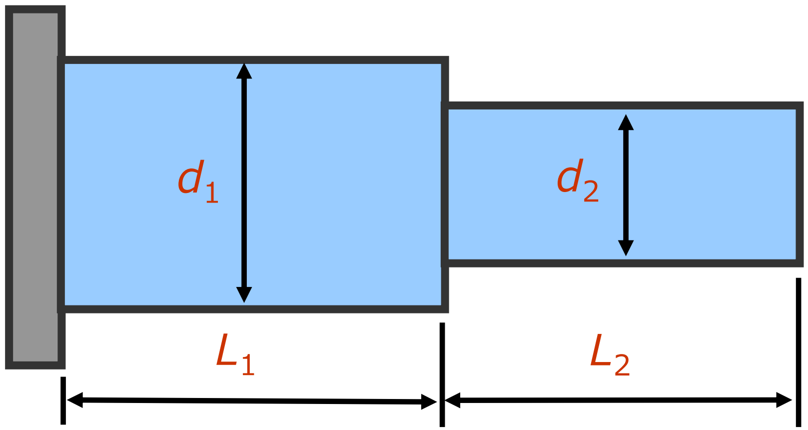
【補足】有限要素法(FEM)とは

近似計算するために解析領域を有限要素メッシュで分割する



- メッシュの格子点を節点とよぶ
- FEMでは各節点における変位量を近似的に計算する

寸法最適化

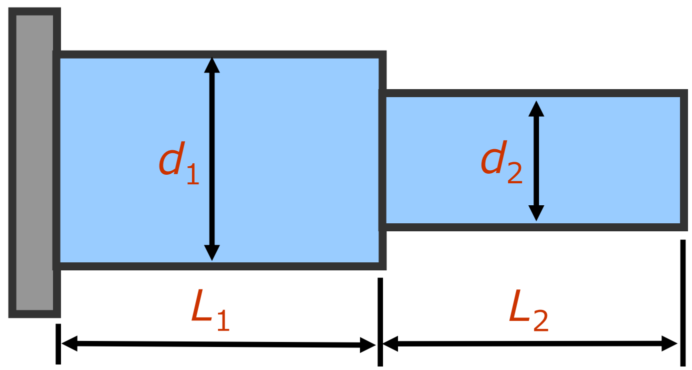


・各種寸法を設計変数とする

・構造最適化法の中では最も単純

・その代わり，得られる最適解の自由度が低い
(画期的な最適　解は得られない)

寸法最適化問題の定式化



【数理計画問題(非線形計画問題)】

$$f(d_1, d_2, L_1, L_2) \rightarrow \min$$

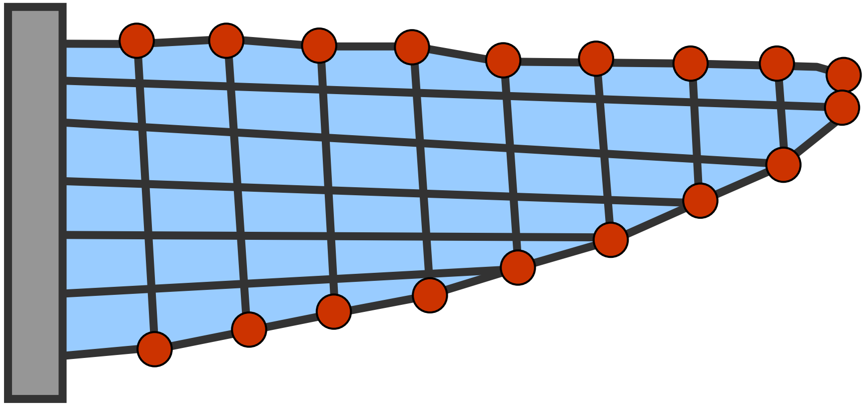
subject to

$$g(d_1, d_2, L_1, L_2) \le g_{\max}$$

$$d_1^l \le d_1 \le d_1^u, \quad d_2^l \le d_2 \le d_2^u, \quad L_1^l \le L_1 \le L_1^u, \quad L_2^l \le L_2 \le L_2^u$$

- 目的関数や制約関数の例：剛性や重量等
- 勾配法ベースの非線形最適化法を用いて最適解を求める
  ⇒ 設計変数を繰り返し更新し改良していく

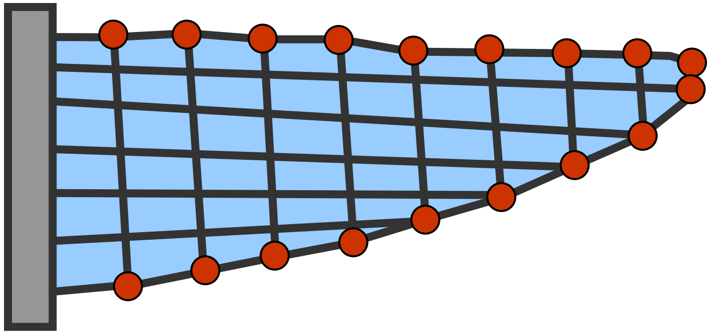
形状最適化



- 【構造物の外形形状を表す何か】が設計変数

- FEMメッシュの最外周の節点座標(よく用いられる)
  ⇒設計変数多い
  ⇒形状表現の自由度高い

形状最適化問題の定式化



【数理計画問題(非線形計画問題)】

$$f(x_1, y_1, \cdots, x_n, y_n) \rightarrow \min$$

subject to

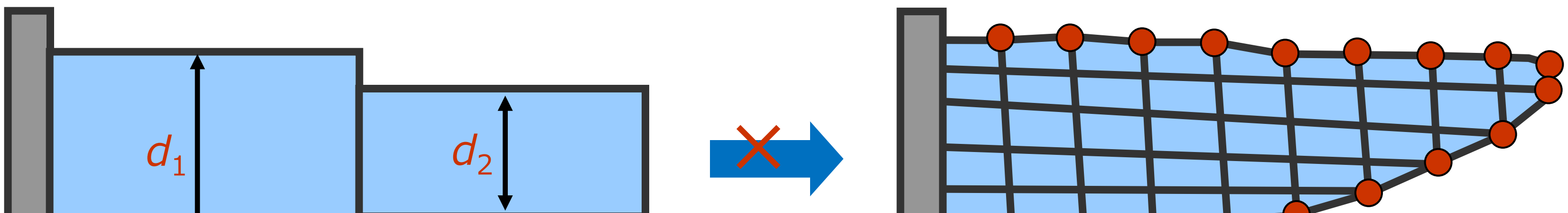
$$g(x_1, y_1, \cdots, x_n, y_n) \leq g_{\max}$$

$$x_i^l \leq x_i \leq x_i^u, \quad y_i^l \leq y_i \leq y_i^u \quad \text{for } i = 1, \cdots, n$$

- 目的関数や制約関数の例：剛性や重量等
- 寸法最適化と設計変数の種類が異なる
- 基本的な考え方は寸法最適化と同じ

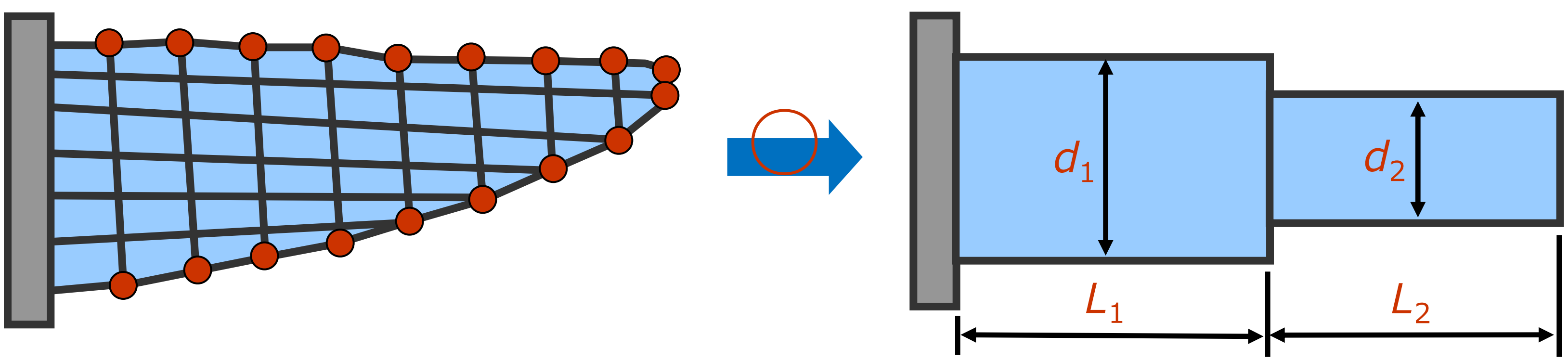
形状最適化の長所

- 単純な寸法だけでなく形状そのものを最適化する事が可能
- 寸法最適化で得られる最適解より優れた最適解が得られる(可能性がある)



短所：トポロジーが変化しない

d_1, d_2, L_1, L_2 をどう変化させても，右の構造は得られない

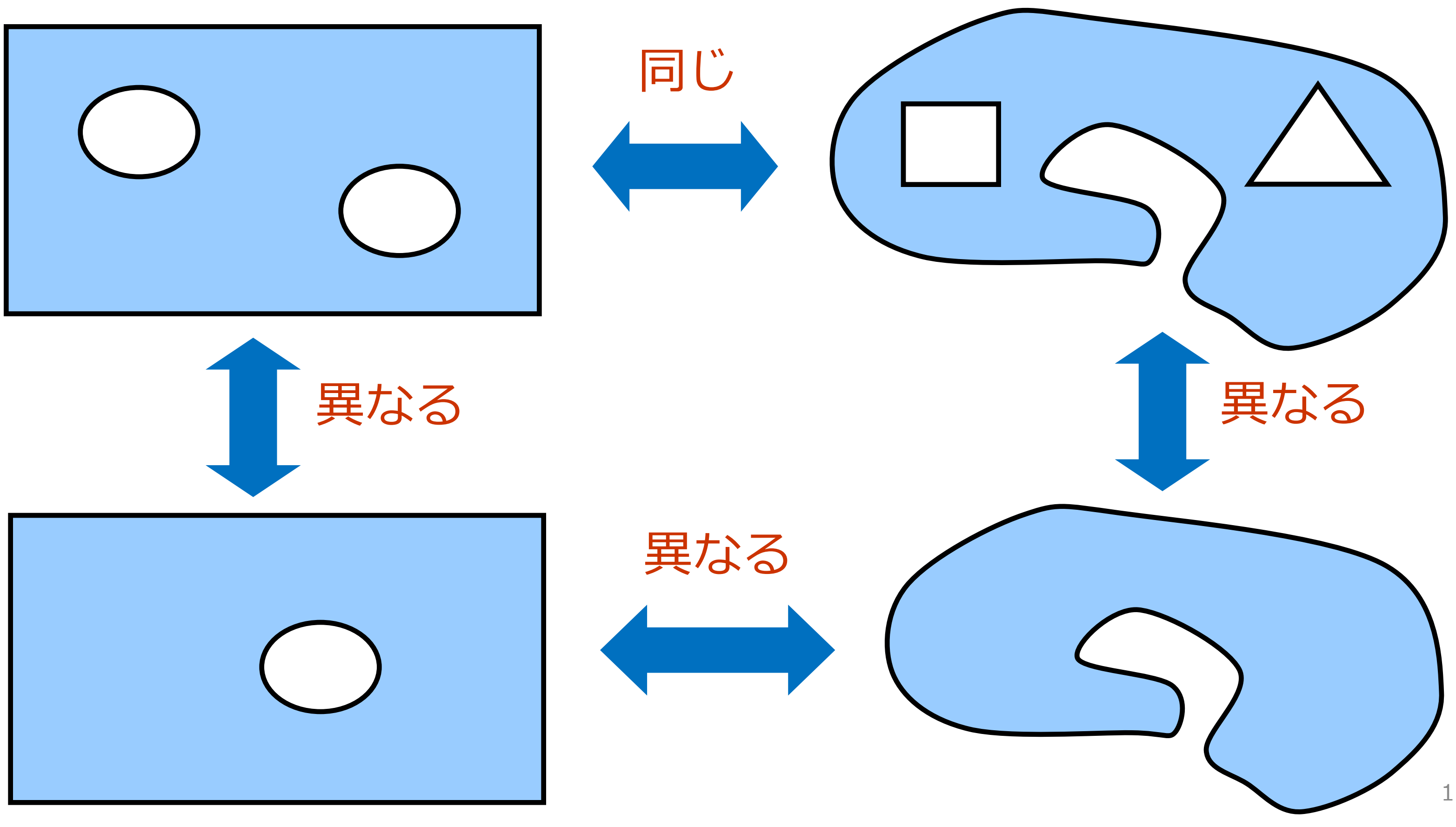


節点●の座標を動かすと，右の構造が得られる

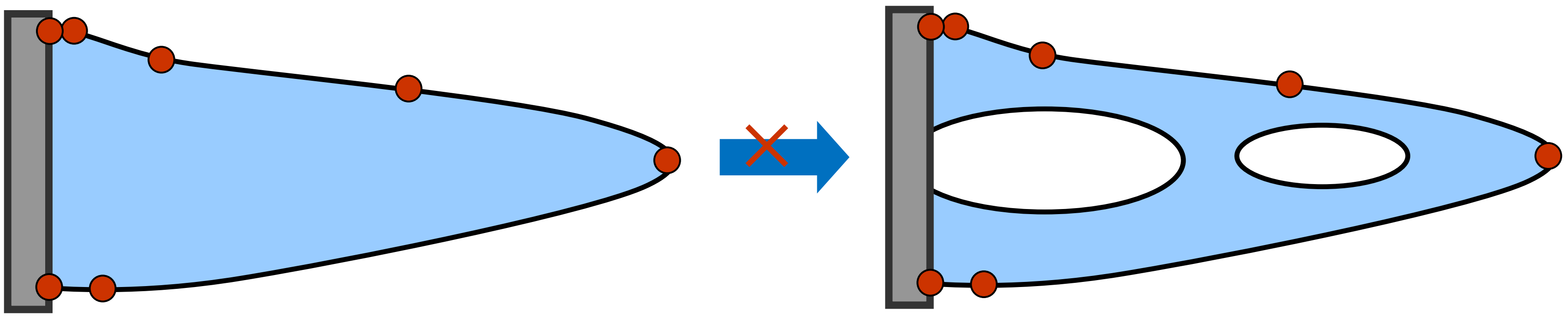
トポロジーとは

対応する日本語訳は「位相」(または「形態」)

ごく大雑把に説明すると，あいている穴の数が同じなら同じトポロジーである(位相が同じである)



形状最適化の限界

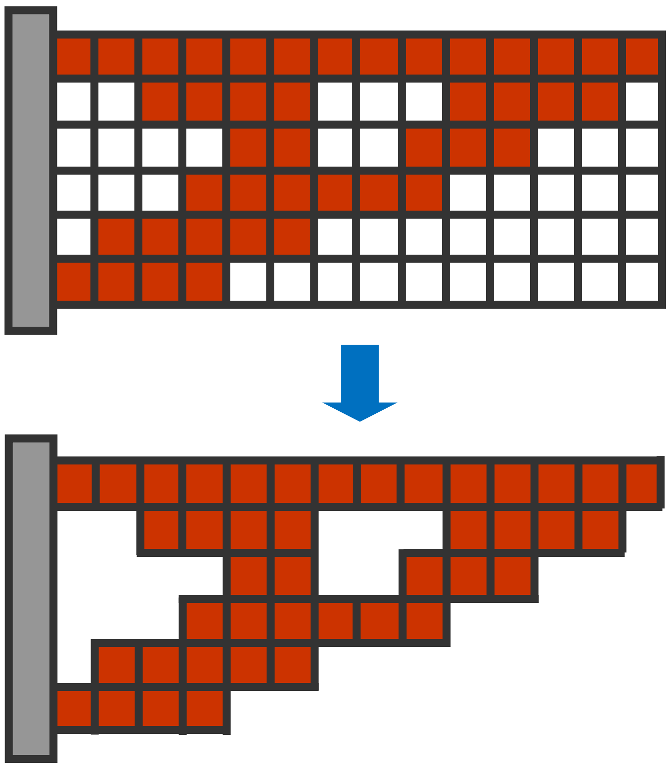


- 外形形状を変化させるだけ
- 穴があくようなトポロジーの変化は起こらない

しかし，未知の構造最適化問題を解くにあたって，予め最適なトポロジーを知ることは不可能である

トポロジー最適化

材料配置問題への置き換え



■ 材料あり：密度1

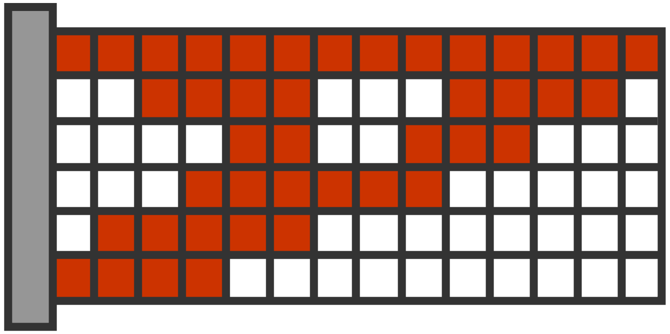
□ 材料なし：密度0

(0もしくは1の離散変数)

密度0の要素を非表示

- 設計変数は材料の有無を表現する離散変数
- 外形形状だけでなくトポロジーも考慮した最適化が可能
- 寸法最適化，形状最適化と比較して最も自由度が高い

トポロジー最適化問題の定式化



【数理計画問題(非線形計画問題)】

$$f(\rho_1, \rho_2, \cdots, \rho_n) \rightarrow \min$$

subject to

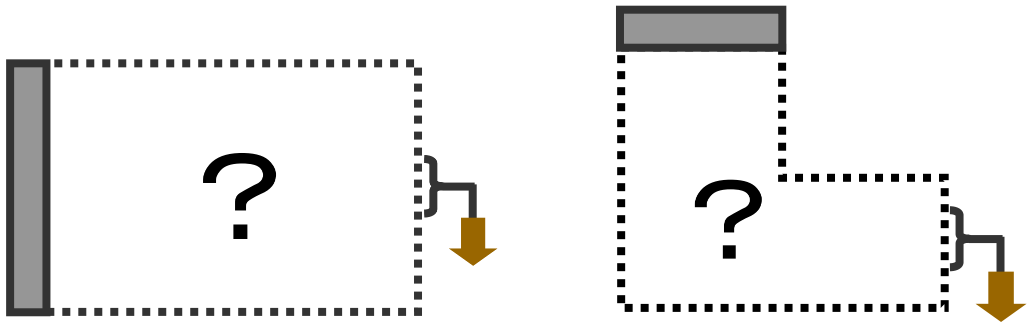
$$g(\rho_1, \rho_2, \cdots, \rho_n) \leq g_{\max}$$

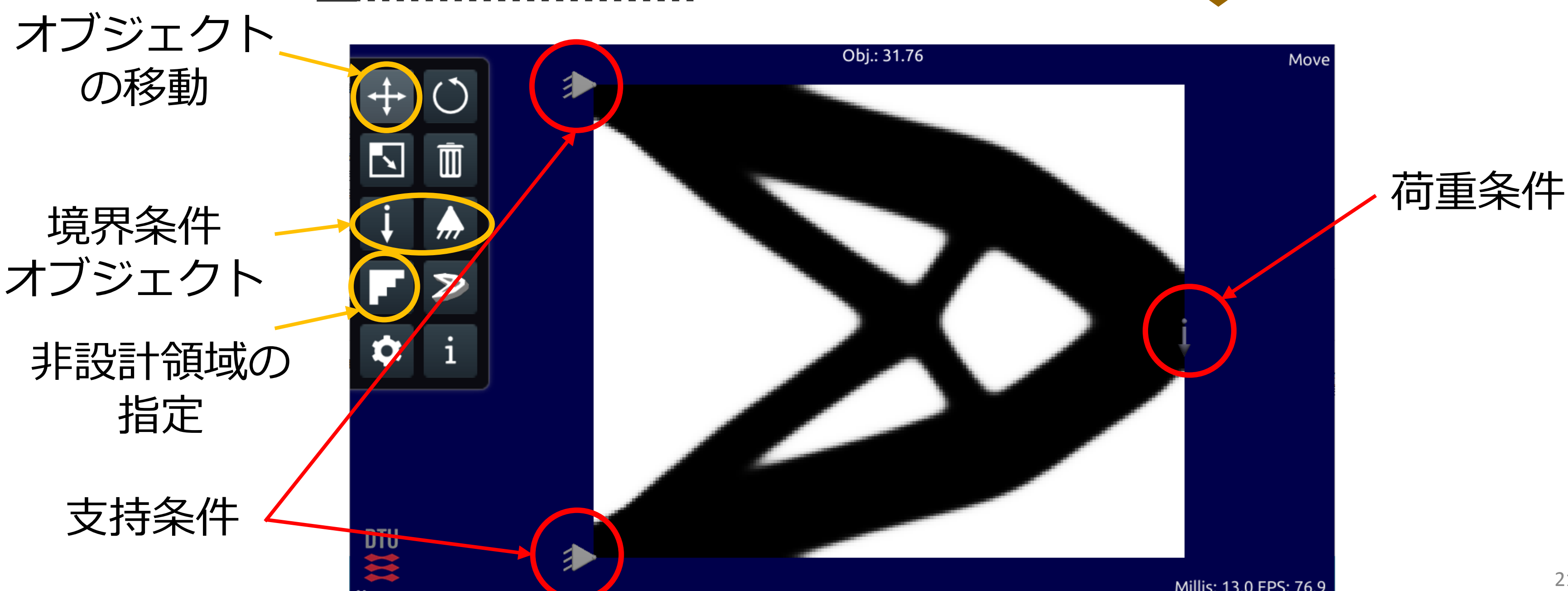
$$\rho \in \{0,1\}$$

- 目的関数や制約関数の例：剛性や重量等
- 寸法最適化・形状最適化と設計変数の種類が異なる
- 基本的な考え方は寸法最適化・形状最適化と同じ

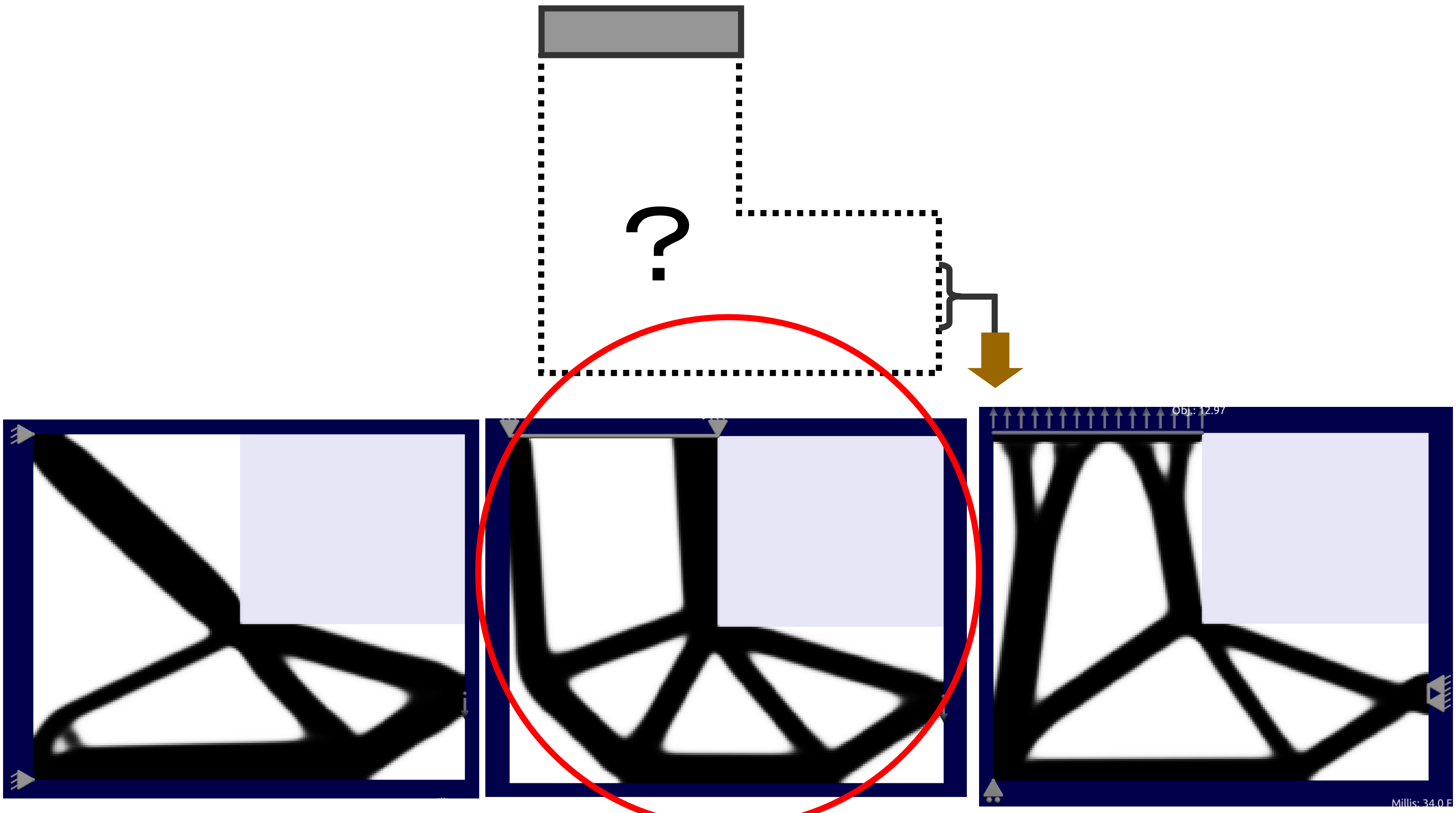
TopOpt2Dで遊んでみよう

- クイズ①の条件を設定してみよう！
- クイズ②の条件を設定し、クイズの答えを確かめよう！



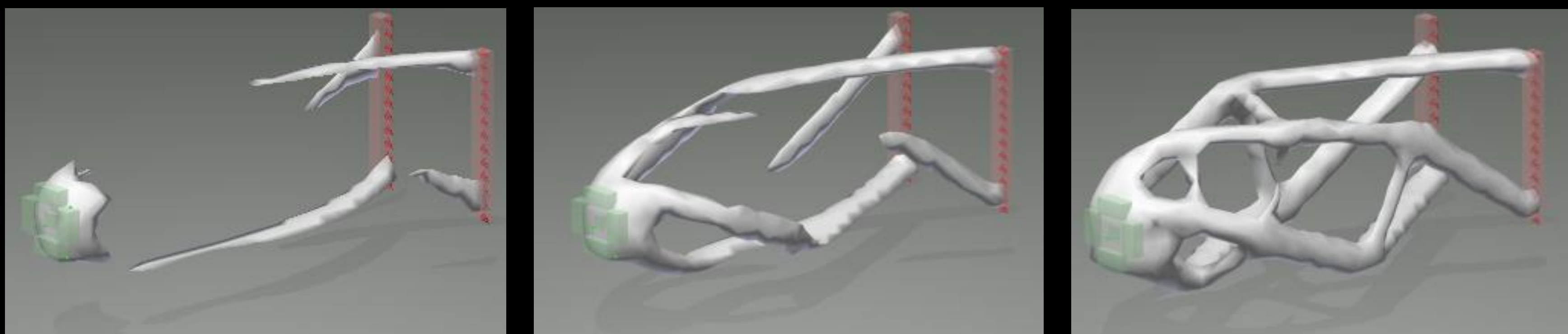


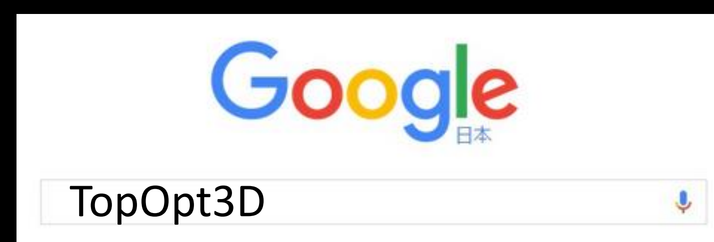
クイズ②　一番変形しにくい構造はどれ？



A　　　　B　　　　C

人の発想を
超えたデザイン





トポロジー最適化の使用例

産業界にて注目を浴びている

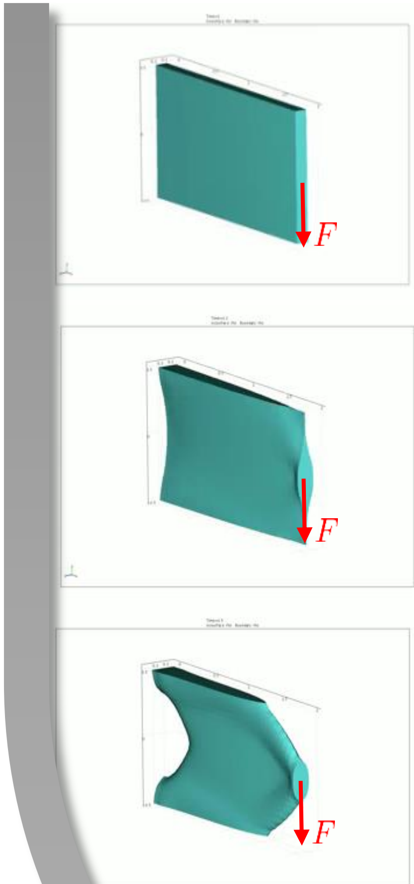
(軽量化を目的とした構造最適化の例)

(フック状構造物の
構造最適化例)

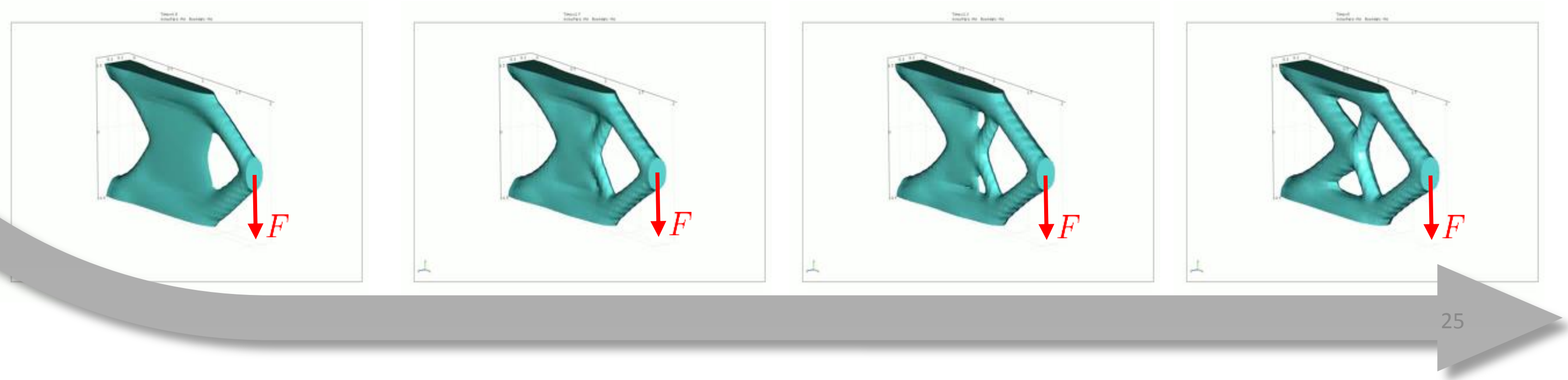
(ブレーキペダルの構造最適化例)

(トポロジー最適化・形状最適化を組み
合わせたリンクの構造最適化の例)

軽量・高剛性構造設計問題

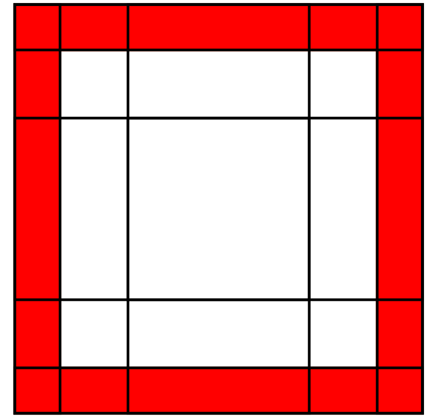


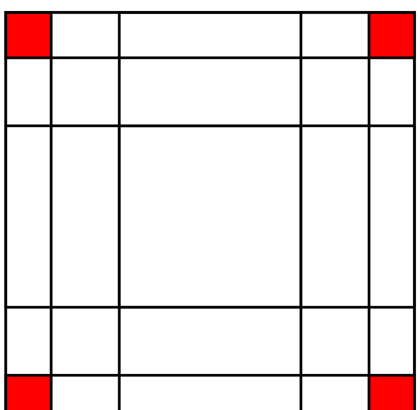
(3Dトポロジー最適化過程の動画)



軽量・高剛性構造設計問題

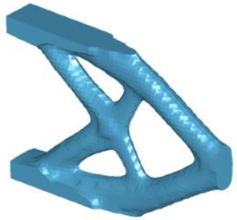
(3D トポロジー最適化過程の動画)





(3D トポロジー最適化過程の動画)

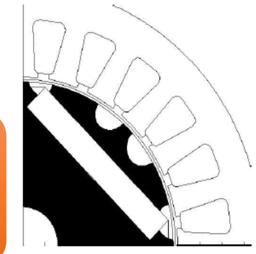
構造最適化による機能と構造の創成法



軽量
高剛性

MEMS

モーター



パワー
半導体

構造剛性

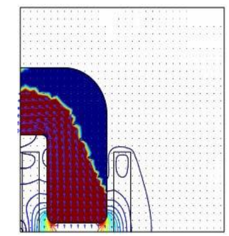
熱伝導

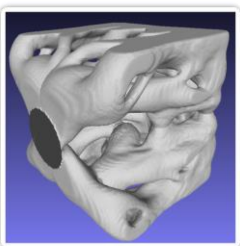
電磁場
（モーター）

設計変数による
モデル表現

数理計画法による
最適解探索

リアクトル





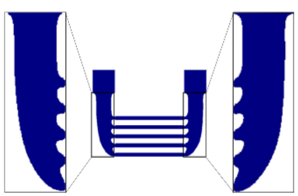
熱交換器

流体現象

電磁場
（アンテナ）

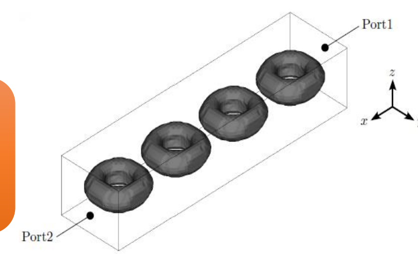
化学反応

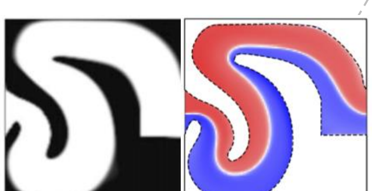
アンテナ



マイクロ
流体機器

メタマテリアル



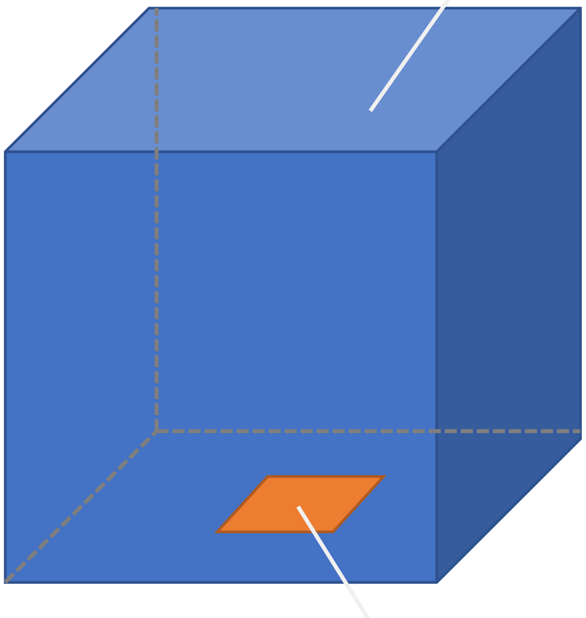


液液抽出

燃料電池

放熱特性最適化問題

$$-\kappa(\rho)\nabla^2 T = Q$$



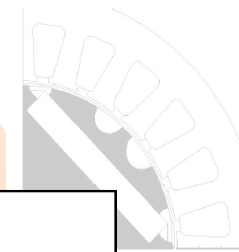
$$\begin{aligned} &\underset{\underline{\phi}\le\phi\le\overline{\phi}}{\text{minimize}} && f := \int_D T \,\mathrm{d}D \\ &\text{subject to} && g := \int_D \rho(\phi)\,\mathrm{d}D - \overline{V} \le 0 \end{aligned}$$

(3Dトポロジー最適化過程の動画)

構造最適化による機能と構造の創成法

軽量
高剛性

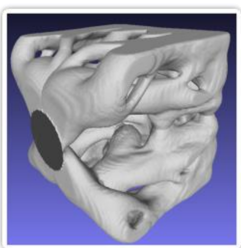
MEMS



パワー
半導体

熱伝導

(3Dトポロジー最適化過程の動画)



熱交換器

流体現象

化学反応

マイクロ
流体機器

メタマテリアル

液液抽出

燃料電池

トポロジー最適化の未来

- 他のフィジクスへの適用
  今実用化されているのは構造力学のトポロジー最適化のみ
  - 超高性能アンテナ、基盤
  - メタマテリアル(自然界に存在しない特性をもつ物質)
  - 超高性能冷却器
  - 超高性能吸音材

- 3Dプリンターとの相性

(3Dプリンタで作られた梁
例えば[5])

(3Dプリンタで作られた骨
例えば[6])

[5] Auto Desk, “Internal lattice structures”, https://www.autodesk.com/products/netfabb/features
[6] Wu, Jun, et al. "Infill Optimization for Additive Manufacturing--Approaching Bone-like Porous Structures." *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics* (2017).

まとめ

- 工学設計において最適なデザインを知ることは重要課題
- トポロジー最適化…構造最適設計法の一つ
- 材料の有無を最適に決めることで構造を最適化する方法
- 人の発想を超えたデザインも創出できる可能性を秘めている